

# Übung 6

## Interpolationen

**Benötigt:** mySpline.m

### Aufgabe 1: Aufheizvorgang von Wasser mit Standardwert von $c_p$

Es geht darum, 800ml Wasser zum Kochen zu bringen, d.h. von Raumtemperatur 22°C auf Siedetemperatur 100°C mit einer elektrischen Heizplatte mit 1200 W zu erhitzen.

- öffne neues Skript „wasser.m“
- mit der spezifischen Wärme von  $c_p = 4183 \text{ J/kg/K}$  (Internet) ermittle man die benötigte Wärmemenge und Zeit für den Aufheizvorgang und gebe diese aus

- Teste und vergleiche die Reaktionen:

```
Aufheizvorgang mit cp=4183 J/kg/K
Benötigte Wärmemenge Q=261019 J
Benötigte Aufheizzeit Theiz=217.516 s
>>
```

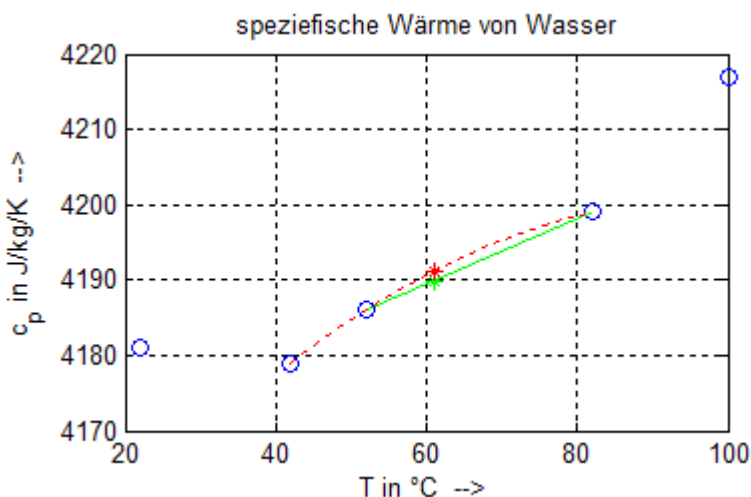
### Aufgabe 2: Aufheizvorgang von Wasser mit interpolierten Mittelwerten

Bei genauerer Betrachtung ist die spezifische Wärme nicht konstant, sondern über

T in °C	22	42	52	82	100
$c_p$ in J/kg/K	4181	4179	4186	4199	4217

gegeben. Wenn wir nun mit einem  $c_p$  bei mittlerer Temperatur von  $(100^\circ\text{C}+22^\circ\text{C})/2$  arbeiten wollen, so benötigen wir das  $c_p(61^\circ\text{C})$ , welches wir durch Interpolation ermitteln wollen.

- ergänzen sie das Skript „wasser.m“ um die grafische Darstellung des Temperatureinflusses auf die spezifische Wärme durch kreisförmige Symbole an den Datenpunkten der Tabelle
- sehen vor, dass noch weitere Darstellungen in dieses Diagramm einzuzeichnen sind
- ermittle die Koeffizienten einer linearen Interpolation durch die zwei benachbarten Stützpunkte von 61°C
- ermittle die Interpolationswerte zwischen diesen beiden Punkte mit einer Schrittweite von 0,1°C und zeichne diese als grüne, durchgezogene Linie in das Diagramm
- ermittle  $c_p$  für 61°C und markiere dies durch ein grünes Sternsymbol im Diagramm
- mit der ermittelten spezifischen Wärme berechne man die benötigte Wärmemenge und Zeit für den Aufheizvorgang und gebe diese aus
- Teste und vergleiche die Reaktionen:  
Lineare Interpolation zwischen 52°C und 82°C  
 $c_p(61^\circ\text{C})=4189.9 \text{ J/kg/K}$



Benötigte Wärmemenge  $Q=261450 \text{ J}$   
 Benötigte Aufheizzeit  $T_{\text{heiz}}=217.875 \text{ s}$   
 >>

- ermittle weiter die Koeffizienten einer quadratischen Interpolation durch drei benachbarte Stützpunkte von  $61^\circ\text{C}$
- ermittle die Interpolationswerte zwischen diesen Punkte mit einer Schrittweite von  $0,1^\circ\text{C}$  und zeichne diese als rote, punktierte Linie in das Diagramm
- ermittle  $c_p$  für  $61^\circ\text{C}$  und markiere dies durch ein rotes Sternsymbol im Diagramm
- mit der ermittelten spezifischen Wärme berechne man die benötigte Wärmemenge und Zeit für den Aufheizvorgang und gebe diese aus
- Teste und vergleiche die Reaktionen:

Quadratische Interpolation zwischen  $42^\circ\text{C}$  und  $82^\circ\text{C}$   
 $c_p(61^\circ\text{C})=4191.16 \text{ J/kg/K}$   
 Benötigte Wärmemenge  $Q=261528 \text{ J}$   
 Benötigte Aufheizzeit  $T_{\text{heiz}}=217.94 \text{ s}$   
 >>

### Aufgabe 3: Aufheizvorgang von Graphit mit Standardwert von $c_p$

Es geht darum, 1 kg Graphit von Raumtemperatur  $22^\circ\text{C}$  auf  $700^\circ\text{C}$  zu erhitzen.

- öffne neues Skript „graphit.m“
- mit der spezifischen Wärme von  $c_p = 709 \text{ J/kg/K}$  (Internet) ermittle man die benötigte Wärmemenge für den Aufheizvorgang und gebe diese aus

- Teste und vergleiche die Reaktionen:  
 Aufheizvorgang mit  $c_p=709 \text{ J/kg/K}$   
 Benötigte Wärmemenge  $Q=480.702 \text{ kJ}$   
 >>

### Aufgabe 4: Aufheizvorgang von Graphit mit interpolierten Mittelwerten

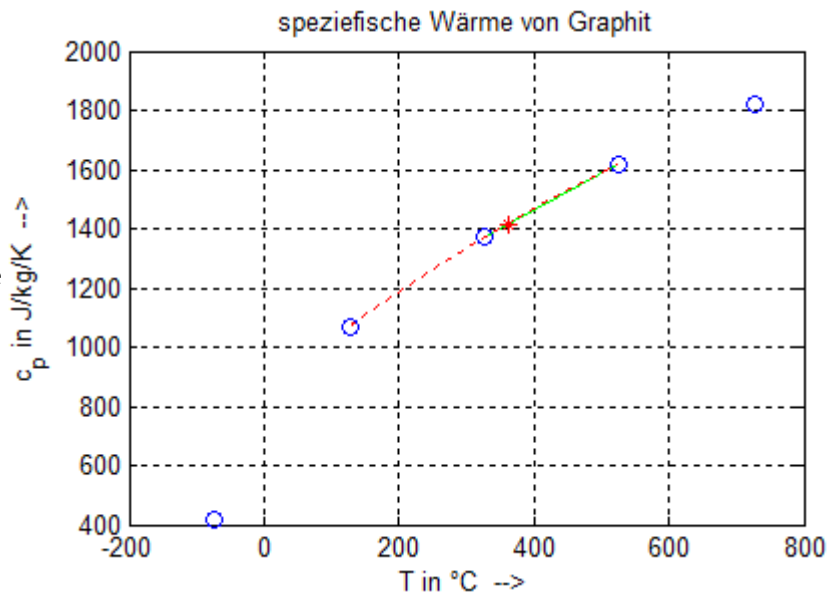
Bei genauerer Betrachtung ist die spezifische Wärme nicht konstant, sondern über

T in $^\circ\text{C}$	-73	127	327	527	727
$c_p$ in $\text{J/kg/K}$	420	1070	1370	1620	1820

gegeben. Wenn wir nun mit einem  $c_p$  bei mittlerer Temperatur von  $(700^\circ\text{C}+22^\circ\text{C})/2$  arbeiten wollen, so benötigen wir das  $c_p(361^\circ\text{C})$ , welches wir durch Interpolation ermitteln wollen.

- ergänzen das Skript „graphit.m“ um die grafische Darstellung des Temperatureinflusses auf die spezifische Wärme durch kreisförmige Symbole an den Datenpunkten der Tabelle
- sehen vor, dass noch weitere Darstellungen in dieses Diagramm einzuzeichnen sind
- ermittle die Koeffizienten einer linearen Interpolation durch die zwei benachbarten Stützpunkte von  $361^\circ\text{C}$
- ermittle die Interpolationswerte zwischen diesen beiden Punkte mit einer Schrittweite von  $0,1^\circ\text{C}$  und zeichne diese als grüne, durchgezogene Linie in das Diagramm

- ermittle  $c_p$  für  $361^\circ\text{C}$  und markiere dies durch ein grünes Sternsymbol im Diagramm
- mit der ermittelten spezifischen Wärme berechne man die benötigte Wärmemenge und Zeit für den Aufheizvorgang und gebe diese aus



- Teste und vergleiche die Reaktionen:  
Lineare Interpolation zwischen  $327^\circ\text{C}$  und  $527^\circ\text{C}$   
 $c_p(361^\circ\text{C}) = 1412.5 \text{ J/kg/K}$   
Benötigte Wärmemenge  $Q = 957.675 \text{ kJ}$   
>>
- ermittle weiter die Koeffizienten einer quadratischen Interpolation durch drei benachbarte Stützpunkte von  $361^\circ\text{C}$
- ermittle die Interpolationswerte zwischen diesen Punkte mit einer Schrittweite von  $0,1^\circ\text{C}$  und zeichne diese als rote, punktierte Linie in das Diagramm
- ermittle  $c_p$  für  $361^\circ\text{C}$  und markiere dies durch ein rotes Sternsymbol im Diagramm
- mit der ermittelten spezifischen Wärme berechne man die benötigte Wärmemenge und Zeit für den Aufheizvorgang und gebe diese aus
- Teste und vergleiche die Reaktionen:  
Quadratische Interpolation zwischen  $127^\circ\text{C}$  und  $527^\circ\text{C}$   
 $c_p(361^\circ\text{C}) = 1416.03 \text{ J/kg/K}$   
Benötigte Wärmemenge  $Q = 960.067 \text{ kJ}$   
>>

#### Aufgabe 5: Aufheizvorgang von Graphit mit linearer Spline-Interpolation

Um die benötigte Wärmemenge genauer ermitteln zu können, ist die Berechnung über

$$Q = m \cdot \int_{22^\circ\text{C}}^{700^\circ\text{C}} c_p(T) dT \quad \text{zu ermitteln. Da wir } c_p(T) \text{ nicht explizit als Funktion vorliegen}$$

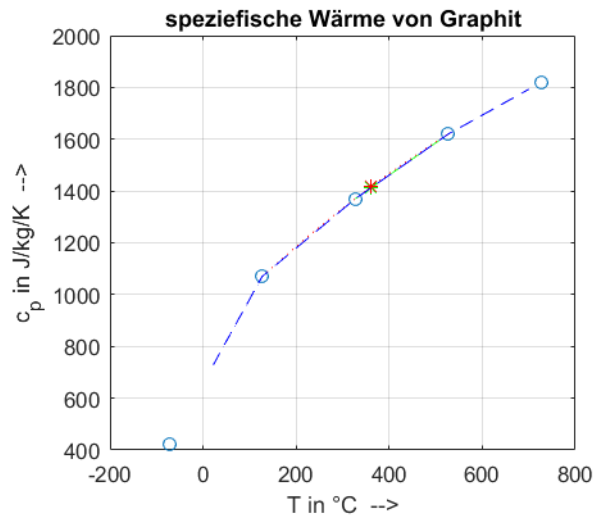
haben, werden wir dies durch stückweise Geraden (lineare Splines) annähern und das

$$\text{Integral durch die Summe } Q \approx m \cdot \sum_{i=0}^{678^\circ\text{C}/\Delta T - 1} c_p(22^\circ\text{C} + i \cdot \Delta T) \cdot \Delta T \quad , \quad \Delta T = 1.0^\circ\text{C}$$

annähern.

- ergänze das Skript „graphit.m“ und bestimme die  $c_p$ -Werte zwischen  $22^\circ\text{C}$  und  $700^\circ\text{C}$  in  $1,0^\circ\text{C}$ -Schritten durch lineare Spline-Interpolation und zeichne diese als blaue, gestrichelte Linie in das Diagramm
- ermittle die benötigte Wärmemenge durch die angegebene Summen-Formel und gebe das Ergebnis aus

- Teste und vergleiche die Reaktionen:  
 Aufheizvorgang durch lineare Spline-Interpolation  
 und numerische Integration von  $Q = m \cdot \int c_p \cdot T$   
 Benötigte Wärmemenge  $Q_{lin} = 932.127 \text{ kJ}$   
 >>



### Aufgabe 6: Bahnberechnung für Roboter

Gegeben sind 6 Koordinaten in einer Ebene, die von einem Roboterarm auf möglichst kurzem Weg nacheinander angefahren werden sollen

Xpos	2.0	4.5	5.25	7.81	9.2	10.6
Ypos	7.2	7.1	6.0	5.0	3.5	5.0

- öffne das Skript „roboter.m“
- stelle die gegebenen Punkte in der Ebene in einem Diagramm mit Kreissymbolen dar und sehe weitere Zeichenbefehle vor
- erstelle einen X-Koordinatenvektor vom ersten zum letzten X-Punkt mit einer Schrittweite von  $dX=0.1$
- bestimme die zugehörigen y-Koordinaten durch Interpolation mit einem Polynom 5.Ordnung und stelle dies als rote, punktierte Bahnkurve dar
- bestimme die zugehörigen y-Koordinaten durch lineare Spline-Interpolation und stelle dies als blaue, durchgezogene Bahnkurve dar
- bestimme die zugehörigen y-Koordinaten durch kubische Spline-Interpolation (**interp1-Funktion**) und stelle dies als grüne, gestrichelte Bahnkurve dar
- bestimme die zugehörigen y-Koordinaten durch kubische Spline-Interpolation (**mySpline-Funktion**) und stelle dies als grüne, durchgezogene Bahnkurve dar

