Mit einer nichtlinearen DGL 2. Ordnung

$$f\,(\ddot{x}\,,\,\dot{x}\,,\,x\,,\,y) = 0$$

gelte für den Betriebspunkt:

$$BP\!: \quad x = x_0 \;\; ; \quad \dot{x} = 0 \;\; ; \quad \ddot{x} = 0 \;\; ; \quad y = y_0$$

dann erhält man die linearisierte DGL um diesen Betriebspunkt nach Taylor zu:

$$\left[\frac{\partial f}{\partial \ddot{x}}\right]_{BP} \cdot \Delta\,\ddot{x} + \left[\frac{\partial f}{\partial \dot{x}}\right]_{BP} \cdot \Delta\,\dot{x} + \left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]_{BP} \cdot \Delta\,x + \left[\frac{\partial f}{\partial y}\right]_{BP} \cdot \Delta\,y \;=\; 0$$

Beispiel:

$$\ddot{x} + a\,x^{\dot{}2} + b(\dot{x})^2 + c\,x\,y \;=\; 0$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial \ddot{x}}\right]_{BP} = 1$$

innere Ableitung

$$\left[\frac{\partial f}{\partial \dot{x}}\right]_{BP} = a \cdot 2\mathrm{x}_0 + b \cdot 2\,\dot{x}_0 = 2\mathrm{ax}_0$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right]_{BP} = cy_0$$

$$\left[\frac{\partial f}{\partial y}\right]_{BP} = cx_0$$

$$\Delta\,\ddot{x} + 2\mathrm{ax}_0\,\Delta\,\dot{x} + cy_0\,\Delta\,x + cx_0\,\Delta\,y \;=\; 0$$